**Специальность: Программирование в компьютерных системах**

**Курс: 1, группа: ПКС 199**

**Дисциплина: Математика**

**ФИО преподавателя: Евстигнеева Е.А.**

**Тема: Исследование функции на экстремум с помощью первой производной.**

*Определение 1.* Точка *х0* называется ***точкой локального максимума***, если для любого *х* из окрестности точки *х0* выполняется неравенство:

$f\left(x\_{0}\right)>f(x)$.

*Определение 2.* Точка *х0* называется точкой ***локального минимума,*** если для любого *х* из окрестности точки *х0* выполняется неравенство:

$f\left(x\_{0}\right)<f(x)$.

Точки минимума и максимума функции называются ***точками экстремума*** данной функции, а значения функции в этих точках – ***экстремумами функции.***

Точками экстремума могут служить только ***критические точки I рода***, т.е. точки, принадлежащие области определения функции, в которых производная обращается в нуль или терпит разрыв.

**Алгоритм нахождения экстремумов функции** $y=f(x)$

**с помощью первой производной**

1. Найти производную функции $f^{'}\left(x\right)$.
2. Найти критические точки, т.е. точки, в которых производная обращается в нуль или терпит разрыв. (Решить уравнение$ f^{'}\left(x\right)=0$)
3. Исследовать знак первой производной в промежутках, на которые найденные критические точки делят область определения функции$ f(x)$. Если на промежутке$ f^{'}\left(x\right)<0$, то на этом промежутке функция убывает; если на промежутке $ f^{'}\left(x\right)>0$, , то на этом промежутке функция возрастает.
4. Если в окрестности критической точки $ f^{'}\left(x\right)$ меняет знак

с «+» на «-», то эта точка является точкой максимума, если с «-» на «+», то точкой минимума.

1. Вычислить значения функции в точках минимума и максимума.

С помощью приведенного алгоритма можно найти не только экстремумы функции, но и промежутки возрастания и убывания функции.

**Пример 1**: Найти промежутки монотонности и экстремумы функции: $f\left(x\right)=x^{3}-3x^{2}$

***Решение*:** Найдем первую производную функции $f^{'}\left(x\right)=3x^{2}-6x$.

Найдем критические точки по первой производной, решив уравнение $3x^{2}-6x=0$

$ 3x\left(x-2\right)=0$

$3x=0$ или $x-2=0$

$x=0$ ; $x=2$

Исследуем поведение первой производной в критических точках и на промежутках между ними.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | *0* |  | *2* |  |
|  | **+** | *0* | **-** | *0* | **+** |
|  |  | т. max0 |  | т. min-4 |  |

$$f\left(0\right)=0^{3}-3∙0^{2}=0$$

$$f\left(2\right)=2^{3}-3∙2^{2}=-4$$

Ответ: $f\left(x\right) $возрастает при $x\in \left(-\infty ;0\right)∪(2;+\infty )$;

 $ f(x)$ убывает при $x\in \left(0;2\right)$;

 точка минимума функции $\left(2;-4\right)$;

 точка максимума функции $\left(0;0\right)$.

**Задачи для самостоятельного решения**

Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции:

1) $f\left(x\right)=x^{3}-75x+23$

2) $f\left(x\right)=-x^{3}+3x^{2}+9x+2$

3) $f\left(x\right)=8x^{2}-x^{4}$

**Индивидуальные задания (по вариантам, согласно списку из журнала)**

**N - номер варианта**

№ 1. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции:

$$f\left(x\right)=2∙Nx^{2}+2x-N$$

№ 2. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции:всвсв

$$f\left(x\right)=\frac{x^{3}}{3}-2,5x^{2}+6x-N$$

***Примечание****:*

*Конспект лекции, задачи для самостоятельного решения, индивидуальные задания сдать в электронном формате (фото) до* ***21.03.2020*** *на электронную почту* **evgenia\_evstigneeva@mail.ru***или отправить личным сообщением в Watsapp.*