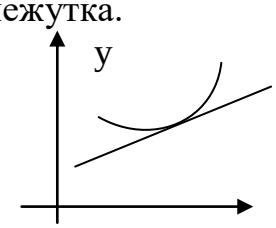
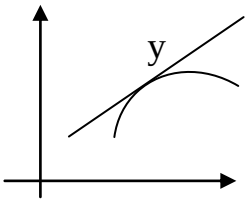
Специальность: **Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта**
Курс: **1**, **группа:** **ТМ 199-1**
Дисциплина: **Математика**
ФИО преподавателя: **Евстигнеева Е.А.**

Тема: Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба

Определение 1: Кривая $y = f(x)$ называется **выпуклой вниз** в промежутке $(a; b)$, если она лежит выше касательной в любой точке этого промежутка.

Определение 2: Кривая $y = f(x)$ называется **выпуклой вверх** в промежутке $(a; b)$, если она лежит ниже касательной в любой точке этого промежутка.

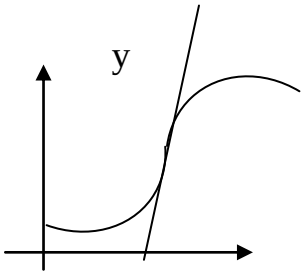




Определение 3: Промежутки, в которых график функции обращен выпуклостью вверх или вниз, называются **промежутками выпуклости** графика функции.

Выпуклость вниз или вверх кривой, являющейся графиком функции $y = f(x)$, характеризуется знаком ее второй производной: если в некотором промежутке $f''(x) > 0$, то кривая выпукла вниз на этом промежутке; если же $f''(x) < 0$, то кривая выпукла вверх на этом промежутке**.**

Определение 4: Точка графика функции $y = f(x)$, разделяющая промежутки выпуклости противоположных направлений этого графика, называется **точкой перегиба**.



Точками перегиба могут служить только критические точки II рода, т.е. точки, принадлежащие области определения функции $y = f(x)$, в которых вторая производная $f''(x)$ обращается в нуль или терпит разрыв.

Правило нахождения точек перегиба графика функции $y = f(x)$

1. Найти вторую производную $f''(x)$.
2. Найти критические точки II рода функции $y = f(x)$, т.е. точки, в которой $f''(x)$ обращается в нуль или терпит разрыв.

3. Исследовать знак второй производной $f''(x)$ в промежутка, на которые найденные критические точки делят область определения функции $f(x)$. Если при этом критическая точка x_0 разделяет промежутки выпуклости противоположных направлений, то x_0 является абсциссой точки перегиба графика функции.
4. Вычислить значения функции в точках перегиба.

Пример 1: Найти промежутки выпуклости и точки перегиба следующей функции: $f(x) = 6x^2 - x^3$.

Решение: Находим $f'(x) = 12x - 3x^2$, $f''(x) = 12 - 6x$.

Найдем <u>критические точки по второй производной</u>, решив уравнение $12 - 6x = 0$.

$x = 2$.

x	$(-\infty; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f''(x)$	+	0	-
$f(x)$		точка перегиба 16	

$f(2) = 6 \cdot 2^2 - 2^3 = 16$

Ответ: Функция выпукла вверх при $x \in (2; +\infty)$;
функция выпукла вниз при $x \in (-\infty; 2)$;
точка перегиба $(2; 16)$.

Примеры для самостоятельного решения

Найти промежутки выпуклости и точки перегиба следующих функций:

№1

$f(x) = x^3 + 3x + 2$

№ 2

$f(x) = x^3 - 3x^2$

Примечание:
Конспект лекции, примеры для самостоятельного решения, сдать в электронном формате (фото) до ***25.03.2020*** *на электронную почту* **evgenia_evstigneeva@mail.ru**