Специальность: Программирование в компьютерных системах
Курс: 2 , группа: ПКС 189
Дисциплина: Элементы математической логики
ФИО преподавателя:Евстигнеева Е.А.

Тема: Формализация высказываний. Построение таблиц истинности.

Контрольная работа

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Формулой алгебры логики называется всякое составное высказывание, содержащее логические переменные и знаки логических операций. Для записи составного высказывания на формальном языке нужно выделить простые высказывания и логические связи между ними.

Пример 1. Записать с помощью формулы логики высказывание: неверно, что если нет дождя, то будет солнечная погода, и дождь пойдет тогда и только тогда, когда будет ветер.

Решение. Обозначим буквой А высказывание: «идет дождь», буквой В высказывание: «будет солнечная погода», буквой С высказывание: «будет ветер». Разделим составное высказывание на простые и каждое запишем с помощью формулы логики:

«нет дождя» - $\overline{A}$; «если нет дождя, то будет солнечная погода» - $\overline{A}\rightarrow B$;

«дождь пойдет тогда и только тогда, когда будет ветер» - $A \leftrightarrow C$.

Между простыми высказываниями стоит союз «и», т.е. они соединяются с помощью конъюнкции и составное высказывание «если нет дождя, то будет солнечная погода, и дождь пойдет тогда и только тогда, когда будет ветер» запишется в виде: $(\overline{A}\rightarrow B)\&(A \leftrightarrow C)$. Т.к. перед этим составным высказыванием стоит слово «неверно», то нужно поставить отрицание над всей формулой.

В итоге заданное высказывание формализуется следующим образом: $\overline{(\overline{A}\rightarrow B)\&(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{C})}$.

Ответ: $\overline{(\overline{A}\rightarrow B)\&(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{C})}$.

Для каждого логического выражения можно построить таблицу истинности, позволяющую определить истинность или ложность логического выражения при всех возможных комбинациях исходных значений логических переменных.

Пример 2. Построить таблицы истинности для формулы $(\overline{X}\vee X)\leftrightarrow(X\rightarrow Y\&\overline{Z})$.

Решение. Определим количество строк и столбцов в таблице. Т.к. в логическое выражение входят три переменные, то по формуле 2^3 получим 8 строк. Количество столбцов равно количеству логических переменных (3) + количество операций (6), получим 9 столбцов. Учитывая приоритет

операций, расставляем порядок действий $(\bar{X}^1 \vee^2 X) \leftrightarrow^6 (X \rightarrow^5 Y \&^4 \bar{Z}^3)$. Заполняем таблицу:

X	Y	Z	$\bar{X}$	$\bar{X} \vee X$	$\bar{Z}$	$Y \& \bar{Z}$	$X \rightarrow Y \& \bar{Z}$	$(\bar{X} \vee X) \leftrightarrow (X \rightarrow Y \& \bar{Z})$
0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	0	0

Формулы алгебры логики называются ***равносильными***, если они принимают одинаковые логические выражения (0 или 1) при одинаковых наборах значений, входящих в них высказываний. Равносильность формул можно доказать с помощью таблиц истинности или методом равносильных (эквивалентных) преобразований, используя основные законы логики. Законы логики также применяются для упрощения формул логики.

Пример 3. С помощью равносильных преобразований упростить формулу логики: $(x \rightarrow y) \vee (\overline{zy})$.

Решение. 1. Используя формулу: $x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$, избавимся от операции импликации: $(x \rightarrow y) \vee (\overline{zy}) = (\bar{x} \vee y) \vee (\overline{zy})$.

2. Используя закон де Моргана $\overline{x \& y} = \bar{x} \vee \bar{y}$, преобразуем вторую скобку: $(\bar{x} \vee y) \vee (\overline{zy}) = (\bar{x} \vee y) \vee (\bar{z} \vee \bar{y})$

3. Используя законы коммутативности и ассоциативности, сгруппируем слагаемые следующим образом: $(\bar{x} \vee y) \vee (\bar{z} \vee \bar{y}) = (\bar{x} \vee \bar{z}) \vee (y \vee \bar{y})$.

4. По закону исключенного третьего $y \vee \bar{y} = 1$, т.е. $(\bar{x} \vee \bar{z}) \vee (y \vee \bar{y}) = \bar{x} \vee \bar{z}$.

Таким образом, решение данного примера будет следующим:

$$\mathbf{(x \rightarrow y) \vee (\overline{zy}) = (\bar{x} \vee y) \vee (\overline{zy}) = (\bar{x} \vee y) \vee (\bar{z} \vee \bar{y}) = (\bar{x} \vee \bar{z}) \vee (y \vee \bar{y}) = \bar{x} \vee \bar{z}}$$

Ответ: $\mathbf{(x \rightarrow y) \vee (\overline{zy}) = \bar{x} \vee \bar{z}}$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ФОРМА ОТЧЕТНОСТИ

Задание 1.

Записать высказывания с помощью формулы логики.

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
Если светит солнце и не дует ветер, то не будет дождя	Если дует ветер, то солнце светит тогда и только тогда, когда нет дождя	Погода будет солнечной тогда и только тогда, когда ни будет ни ветра, ни дождя
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
Неверно, что если дует ветер и солнце светит, то нет дождя	Если ветра нет, то дождь будет тогда и только тогда, когда будет пасмурная погода	Неверно, что если погода пасмурная, то дождь идет тогда и только тогда когда нет ветра

Задание 2.

Построить таблицы истинности для формул:

I вариант	**II вариант**	**III вариант**
$\overline{x \leftrightarrow y} \vee x$	$\overline{x \to y} \& x$	$(x \& y) \to \bar{x}$
$(x \& y \vee \bar{z}) \leftrightarrow (\bar{y} \to z)$	$(x \to y \& \bar{z}) \vee \overline{(x \& y)}$	$(\bar{x} \to y) \leftrightarrow (x \vee y \& \bar{z})$
IV вариант	**V вариант**	**VI вариант**
$(\bar{x} \vee y) \leftrightarrow x$	$x \to (\overline{x \& y})$	$x \leftrightarrow (\overline{x \vee y})$
$(x \leftrightarrow \bar{y}) \& (x \to z) \vee \bar{x}$	$(\bar{x} \vee z) \to (x \vee y \& \bar{z})$	$(x \vee y \vee \bar{z}) \& (\overline{x \to y})$

Задание 3.

Установить, равносильны ли следующие формулы двумя способами:

а) с помощью таблицы истинности

б) с помощью равносильных преобразований

Нечетные варианты	**Четные варианты**
$x \vee (y \to z)$ и $(x \vee y) \to (x \vee z)$	$x \to (y \to z)$ и $(x \to y) \to (x \to z)$

Задание 4.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ (для всех вариантов)

1. В чем разница между простыми и составными высказываниями?
2. Как определяется количество строк в таблице истинности?
3. Какими способами можно определить равносильность формул логики?

Замечание: <u>ОБЯЗАТЕЛЬНО</u> указать свой вариант. Контрольная работа должна быть выполнена аккуратно, разборчивым подчерком, таблицы начерчены с помощью линейки и карандаша!

<u>Варианты выбираем согласно отправленному списку в группу Watsapp</u>.

Примечание:
Решения сдать в электронном формате (фото) до **26.03.2020** *на электронную почту* **evgenia_evstigneeva@mail.ru**