**Специальность: Программирование в компьютерных системах**

**Курс: 2 , группа: ПКС 189**

**Дисциплина: Элементы математической логики**

**ФИО преподавателя:Евстигнеева Е.А.**

**Тема : ПРЕДСТАВЛЕНИЕ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ СОВЕРШЕННЫХ ДИЗЪЮНКТИВНОЙ И КОНЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНЫХ ФОРМ**

Нормальная форма называется **совершенной**, если в каждой ее элементарной дизъюнкции (конъюнкции) представлены все переменные, входящие в данную функцию (либо сами, либо с отрицанием).

*Пример 1*. Найти СДНФ для булевой функции: F(x,y,z) = (x↔y)∨(y↔z) аналитическим способом и с помощью таблицы истинности.

*Решение.*

а) С помощью законов логики заменим эквиваленцию дизъюнкцией и отрицанием, приведембулеву функцию к ДНФ.

F(x,y,z) = (x↔y)∨(y↔z) = (xy∨$\overbar{x}\overbar{y}$) ∨(yz∨$\overbar{y}\overbar{z}$) = xy∨$\overbar{x}\overbar{y}$∨yz∨$\overbar{y}\overbar{z}$.

Т.к. в каждом слагаемом не хватает по одной переменной, умножим каждое слагаемое на 1, и затем представим 1 в виде: 1 = а∨$\overbar{а}$ (вместо *а* необходимо записать недостающую переменную)

F(x,y,z) =xy1∨$\overbar{x}\overbar{y}$1∨yz1∨$\overbar{y}\overbar{z}$1=xy(z∨$\overbar{z}$)∨$\overbar{x}\overbar{y}$(z∨$\overbar{z}$)∨yz(x∨$\overbar{x}$)∨$\overbar{y}\overbar{z}$(x∨$\overbar{x}$)=xyz∨xy$\overbar{z}$∨$\overbar{x}\overbar{y}$z∨$\overbar{x}\overbar{y}\overbar{z}$∨yzx∨yz$\overbar{x}$∨

∨$\overbar{y}\overbar{z}$x∨$\overbar{y}\overbar{z}\overbar{x}$ =**xyz∨xy**$\overbar{z}$**∨**$\overbar{x}\overbar{y}$**z∨yz**$\overbar{x}$**∨**$\overbar{y}\overbar{z}$**x∨**$\overbar{y}\overbar{z}\overbar{x}$

 б) Построим таблицу истинности для функции F(x,y,z) = (x↔y)∨(y↔z).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | z | x↔y | y↔z | (x↔y)∨(y↔z) |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |

В последнем столбце выделим наборы, для которых значение функции истинно и для каждого набора построим элементарные конъюнкции, причем каждой переменной xk=1 будет соответствовать xk, а каждой xk=0 будет соответствовать $\overbar{x}$k. Далее составляем дизъюнкции построенных элементарных конъюнкций.

**F(x,y,z) =xyz∨**$\overbar{x}\overbar{y}$**z∨**$\overbar{x}$**yz∨x**$\overbar{y}\overbar{z}$**∨xy**$\overbar{z}$**∨**$\overbar{y}\overbar{z}\overbar{x}$

*Ответ:* СДНФF(x,y,z) = xyz∨xy$\overbar{z}$∨$\overbar{x}\overbar{y}$z∨yz$\overbar{x}$∨$\overbar{y}\overbar{z}$x∨$\overbar{y}\overbar{z}\overbar{x}$

*Пример 2*. Найти СКНФ для булевой функции: F(x,y,z) = (x∨y)(z→x) аналитическим способом и с помощью таблицы истинности.

*Решение.*

а) С помощью законов логики заменим импликацию дизъюнкцией и отрицанием и приведембулеву функцию к КНФ.

F(x,y,z) = (x∨y)(z→x) = (x∨y)($\overbar{z}$∨x).

Т.к. в каждом слагаемом не хватает по одной переменной, прибавим к каждому слагаемое 0, и затем представим 0 в виде: 0 = а$\overbar{а}$ (вместо *а* необходимо записать недостающую переменную)

F(x,y,z) = (x∨y∨0)($\overbar{z}$∨x∨0)=(x∨y∨z$\overbar{z}$)($\overbar{z}$∨x∨y$\overbar{y}$)=(x∨y∨z)(x∨y∨$\overbar{z}$)($\overbar{z}$∨x∨y)($\overbar{z}$∨x∨$\overbar{y}$) = (x∨y∨z) ($\overbar{z}$∨x∨y) ($\overbar{z}$∨x∨$\overbar{y}$).

б) Построим таблицу истинности для функции F(x,y,z) = (x∨y)(z→x).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | z | x∨y | z→x | (x∨y)(z→x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

В последнем столбце выделим наборы, для которых значение функции ложно и для каждого набора построим элементарные дизъюнкции, причем каждой переменной xk=1 будет соответствовать$\overbar{x}$k, а каждой xk=0 будет соответствовать xk. Далее составляем конъюкнции построенных элементарных дизъюнкций.

**F(x,y,z) = (x∨y∨z) (**$\overbar{z}$**∨x∨y) (**$\overbar{z}$**∨x∨**$\overbar{y}$**)**

*Ответ:* СКНФ:F(x,y,z) = (x∨y∨z) ($\overbar{z}$∨x∨y) ($\overbar{z}$∨x∨$\overbar{y}$)

**Инструкция к выполнению заданий для самостоятельного решения:** Выполнить ***Задание 1*** *и* ***Задание 2****. Нечетные номера согласно журналу выполняют* **III вариант**, *четные номера согласно журналу выполняют* **IV вариант.**

**Задания для самостоятельного решения**

***Задание 1.***

Найти СДНФ для булевой функции двумя способами:

 а) аналитическим способом; б) с помощью таблицы истинности.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **I вариант**  | **II вариант**  | **III вариант**  | **IV вариант** |
| F(x,y,z) = ($\overbar{x}$→yz)∨(y↔z) | F(x,y,z) = ($\overbar{x}$→z)∨$\overbar{y}$z | F(x,y,z) = ($\overbar{x}$↔y)∨(x→yz) | F(x,y,z) = ($\overbar{y}$→$\overbar{x}$)∨xz |

***Задание 2.***

Найти СКНФ для булевой функции двумя способами:

а) аналитическим способом; б) с помощью таблицы истинности.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **I вариант**  | **II вариант**  | **III вариант**  | **IV вариант** |
| F(x,y,z) = ($\overbar{x}$→z)($\overbar{y}$∨x) | F(x,y,z) = ($\overbar{x}$∨z)(y→z) | F(x,y,z) = ($\overbar{y}$→$x$)(x∨z) | F(x,y,z) = (x∨y)(x→z) |

***Примечание****:*

*Решения сдать в электронном формате(фото) до* **23.03.2020** *на электронную почту* **evgenia\_evstigneeva@mail.ru** *или отправить личным сообщением в Watsapp.*